Examenul național de bacalaureat 2024

Proba E. c)

Matematică *M_mate-info*

Model aprilie 2024

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I (30 puncte)

5p **1)** Determinați numărul complex z, pentru care $z-\frac{1}{2}\bar{z}=\frac{3}{2}+\frac{3}{4}i$.

5p **2)** Determinați funcția de gradul întâi care verifică relația $(x+1)f(x+1)-xf(x)=(f\circ f)(x)+4,$ pentru orice x real.

5p **3)** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\log_5 x+10\log_x 5=7$.

5p **4)** Determinați termenul care nu-l conține pe x din dezvoltarea binomului $\left(2x+\frac{1}{x}\right)^{2024}$.

5p **5)** În reperul cartezian xOy se consideră punctele $A(2,2)$ și $B(-3,1)$. Scrieți ecuația paralelei prin A la OB.

5p **6)** Determinați aria unui triunghi echilateral în funcție de R, raza cercului circumscris triunghiului.

SUBIECTUL al II-lea (30 puncte)

1) Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix}1 & 1 & -1\\ 2 & -2 & 1\\ m & 3 & -2\end{pmatrix}\in M_3(\mathbb{R})$ și sistemul de ecuații

$$\begin{cases}x+y-z=0\\ 2x-2y+z=0\\ mx+3y-2z=0\end{cases},\ m\in\mathbb{R}.$$

5p **a)** Arătați că $\det A(m)=-m-1$, pentru orice $m\in\mathbb{R}$.

5p **b)** Dați exemplu de 3 soluții nenule ale sistemului de ecuații.

5p **c)** Pentru $m=-1$, arătați că pentru orice soluție reală nenulă (x_0,y_0,z_0) a sistemului de ecuații , $\frac{2x_0^{\,2}}{x_0^{\,2}-y_0^{\,2}+z_0^{\,2}}=\frac{1}{4}$.

2) Se consideră polinomul $f\in\mathbb{C}[X]$, $f=X^{2024}+X^3+X+1$.

5p **a)** Demonstrați că polinomul f se divide cu $(X+1)$.

5p **b)** Determinați restul împărțirii lui f la X^2-1.

5p **c)** Calculați $(x_1-1)^2+(x_2-1)^2+\ldots+(x_{2024}-1)^2$, unde $x_1,x_2,\ldots,x_{2024}$ sunt rădăcinile polinomului f.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro

SUBIECTUL al III-lea **(30 puncte)**

1) Se consideră funcția $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}, f(x)=(x^2+2)e^x$.

5p **a)** Demonstrați că funcția f este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația dreptei perpendiculară pe tangenta la graficul funcției f în punctul de tangență $x_0=0$.

5p **c)** Demonstrați că ecuația $f(x)=m$ are cel mult o soluție pentru orice număr real m.

2) Se consideră funcția $f_n:(0,\infty)\to\mathbb{R}, f_n(x)=x\ln^n(x+1)$, unde $n\in\mathbb{N}^*$.

5p **a)** Calculați $\int_1^e \frac{f_n(x)}{x(x+1)}dx$.

5p **b)** Determinați aria suprafeței determinate de graficul funcției f_1, axa Ox și dreptele de ecuații $x=1$ și $x=2$.

5p **c)** Folosind eventual inegalitatea $\ln(x+1)\le x, \quad \forall x\in(0,\infty)$, arătați că $\int_1^e f_n(x)\,dx\le\frac{e^{n+2}-1}{n+2}$, pentru orice $n\in\mathbb{N}^*$.

Str. Lucian Blaga, nr. 26
550169, Sibiu
Tel: +40 (0) 369 10 12 02
Fax: +40 (0) 269 21 08 17
www.isjsb.ro